

EQUAÇÃO DE DIRAC EM DUAS DIMENSÕES COM POTENCIAIS ESCALAR E PSEUDOESCALAR ESTÁTICOS: BARREIRAS, POÇOS E DEGRAIS.

Marcelo Gonçalves Garcia, Marcelo Hott. Iter-áreas - Física - Departamento de Física e Química - Faculdade de Engenharia - Campus de Guaratinguetá.

A equação de Dirac é uma equação de onda para férmions de spin 1/2 relativísticos. Desde quando foi proposta tem havido um grande interesse na compreensão das soluções desta equação, principalmente para o caso em que os férmions interagem com potenciais de origem eletromagnética. Como exemplos temos o átomo de Hidrogênio (em que a partícula interage com um potencial coulombiano) e o caso do férmion na presença de um campo magnético. Em ambos os casos temos a possibilidade de estados ligados.

No caso de potenciais elétricos pode-se verificar também a existência de um valor crítico da intensidade do potencial a partir do qual temos a possibilidade de ocorrer criação de pares de partícula e anti-partícula. De fato a equação de Dirac apresenta soluções de energia negativa. No contexto da mecânica quântica estas partículas de energia negativa preenchem o vácuo (mar de Dirac) e não são observáveis. O fenômeno de criação de pares na presença de um campo elétrico pode ser visualizado como o aparecimento de um buraco no mar de Dirac, uma vez que a energia negativa cresce suficientemente com a intensidade do potencial de tal forma a penetrar no contínuo de energia positiva. A falta de uma carga negativa no mar é interpretada como a criação de uma partícula de carga positiva.

O fenômeno de produção de pares pode ser visualizado também por meio de um potencial de origem eletromagnética, por exemplo com uma forma de um degrau. Neste caso não temos estados ligados, somente estados de espalhamento e os cálculos são mais simples de serem realizados. A probabilidade de encontrar a partícula em regiões onde a intensidade do potencial (altura do degrau) é maior do que a energia da partícula é diferente de zero, como na mecânica quântica não-relativística. Esta probabilidade cai exponencialmente com a distância de penetração e podemos tentar localizar a partícula em uma pequena região depois do degrau. Isto leva a um problema, pois ao fazermos a largura da densidade de probabilidade mais estreita, a corrente transmitida se torna negativa e as soluções oscilatórias. Esta é uma descrição simplificada do paradoxo de Klein que constitui uma manifestação da criação de pares no contexto da mecânica quântica.

Descrevemos acima um fenômeno importante que ocorre na mecânica quântica relativística só para exemplificar a importância de entender as soluções da equação de Dirac. De fato a compreensão do comportamento das soluções transcende este fenômeno. Aplicações vão desde a física de baixas energias até a física de altas energias. Em todos os cenários que equação de Dirac encontra sua aplicação, seja na física da matéria condensada, seja na física de partículas, verificamos também que interação do férmion com potenciais de outra natureza, além daquele de origem eletromagnética, como os de origem escalar e pseudo-escalar, são relevantes.

A equação de Dirac com férmions massivos interagindo com potenciais de origem eletromagnética, escalar e pseudo-escalar é escrita como

$$\left[i\hbar\gamma_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_t \right) - i\hbar c\vec{\gamma} \cdot (\vec{\nabla} + \vec{A}) - (mc + V_s) + \gamma_5 V_p \right] \psi(\vec{r}, t) = 0,$$

onde γ_0 é uma das matrizes gama e $\vec{\gamma}$ representa 3 outras matrizes gama (matrizes 4×4) e $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$. Ainda na equação acima $\psi(\vec{r}, t)$ representa a função de onda (que é um espinor de quatro componentes), V_t é a componente temporal do potencial eletromagnético, \vec{A} é a componente espacial deste quadrivetor potencial eletromagnético, V_s é o potencial escalar e V_p é o potencial de natureza pseudo-escalar.

Trabalhamos com a equação de Dirac em duas dimensões do espaço-tempo, de forma que a equação fica bem mais simples e podemos analisar certos fenômenos bem como tratar com soluções exatas em muitos casos.

Em 1 dimensão espacial e 1 temporal a equação de Dirac independente do tempo é dada por

$$\mathcal{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}),$$

onde E é a energia da partícula e \mathcal{H} é a hamiltoniana de Dirac. No caso em que o férmion interage com potenciais escalar e pseudo-escalar a hamiltoniana fica dada por

$$\mathcal{H} = c\alpha p + \beta(mc + V_s) + \beta\gamma_5 V_p.$$

Em 2 dimensões o número de matrizes gama mínimo na equação de Dirac é dois, 1 associada à componente temporal $\gamma_0 \equiv \beta$ e outra associada a temporal espacial γ_1 , e são matrizes 2×2 . Em geral utilizamos duas das matrizes de Pauli para representar estas matrizes. A matriz $\alpha \equiv \beta\gamma_1$ é a terceira matriz de Pauli. Na hamiltoniana acima $\gamma_5 = i\alpha$.

Tratamos com algumas configurações dos potenciais escalar e pseudo-escalar. Temos considerado casos simples de potenciais tipo barreira, degrau e/ou poço. Obtemos os estados de espalhamento e ligados para cada um dos casos. Analisamos o comportamento dos coeficientes de reflexão e transmissão em cada um dos casos e verificamos a não-existência de paradoxo de Klein.

Neste trabalho em particular apresentamos um caso em que os potenciais escalar e pseudo-escalar obedecem ao vínculo $V_s^2 + V_p^2 = M^2 c^2$, onde M é uma constante com dimensão de massa e c é a velocidade da luz. Os potenciais têm o seguinte comportamento

$$V_s = \begin{cases} gV_0, & x < -a \\ 0, & |x| < a \\ gV_0, & x > a \end{cases},$$

e

$$V_p = \begin{cases} -fV_0, & x < -a \\ -V_0, & -a < x < 0 \\ V_0, & 0 < x < a \\ fV_0, & x > a \end{cases}.$$

Nas expressões acima V_0 é a intensidade máxima dos potenciais, f e g são constantes adimensionais tais que $0 < |f| < 1$, $0 < |g| < 1$ e $f^2 + g^2 = 1$.

Estudamos o comportamento das soluções e das energias de estados ligados, quando estes são admitidos, para os casos em que a partícula interage com o potencial escalar e pseudo-escalar separadamente. Logo em seguida apresentamos o caso em que ambos os potenciais estão presentes.

Este é um estudo inicial que será utilizado para analisarmos grandezas físicas relevantes a temperatura finita. Futuramente veremos como tratar sistemas com muitas partículas a temperatura finita e sob ação destes potenciais. Este trabalho está baseado nas referências abaixo.

Referências Bibliográficas

- [1] R. MacKenzie e F. Wilczek, Phys. Rev. **30** (1984) 2194.
- [2] A.S. de Castro e W.G. Pereira, Phys. Lett A **308** (2003) 131.
- [3] A.S. de Castro, Phys. Lett A **309** (2003) 340.

⁰**Bolsa:** CNPq/PIBIC.